

# RÉSOLUTION DE PROBLÈMES NUMÉRIQUES

## CM1 ET CM2

# **Lire un énoncé de problèmes**

**Consignes:**

Lire l'énoncé puis proposer une opération qui permettrait de résoudre celui-ci (en argumentant).

Séró 189 matricát akar 9 dobozba szétosztani egyenlően.  
Ehhez, mennyi matricát kell tennie egy dobozba?

## Règles à suivre en résolution de problèmes

- **Règle 1** : Dans la mesure du possible, j'évite de lire le problème. Lire le problème prend du temps et rend les choses compliquées.
- **Règle 2** : Je surligne les nombres du problème, en faisant bien attention de ne pas oublier les nombres écrits en lettres.
- **Règle 3** : Si la règle 2 fait apparaître au moins trois nombres, la meilleure solution est de les additionner ensemble.
- **Règle 4** : Si il n'y a que deux nombres et qu'ils sont relativement proches, alors faire une soustraction devrait donner le meilleur résultat.
- **Règle 5** : Si il n'y a que deux nombres et que l'un est beaucoup plus petit que l'autre, alors le mieux est d'essayer de faire une division, si cela ne tombe pas juste alors je laisse tomber et je multiplie les deux nombres.
- **Règle 6** : Si les règles 1 à 5 ne marchent pas, alors prendre les nombres repérés avec la règle 2 et remplir la page de calculs en utilisant ces nombres. Entourer ensuite deux ou trois résultats trouvés au cas où l'un deux seraient la bonne réponse.

**Des énoncés...**

# ACTIVITE 1

Consigne : Pour chaque groupe d'énoncés, identifiez les points communs et les différences puis indiquez celui qui serait le plus difficile à résoudre (en argumentant).

PREMIER GROUPE		
ENONCE 1	ENONCE 2	ENONCE 3
Un commerçant vend 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c. Le client paie avec un billet de 20€. Combien le commerçant rend-il d'argent ?	Un commerçant vend 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c. Le client paie avec un billet de 20€. Combien le client a-t-il dépensé ? Combien le commerçant rend-il d'argent ?	Combien rend le commerçant s'il reçoit un billet de 20 € pour la vente de 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c ?

SECOND GROUPE		
ENONCE 1	ENONCE 2	ENONCE 3
J'ai acheté un vélo cassé à 55 euros. J'ai dépensé 20 euros pour le réparer. Combien ai-je dépensé en tout ? Je le revends 110 euros. Combien d'argent ai-je gagné en le revendant ?	J'ai acheté un vélo cassé à 55 euros. Je le revends 110 euros. Combien d'argent ai-je dépensé en tout si les réparations ont coûté 20 euros ? Combien d'argent ai-je gagné en le revendant ?	J'ai acheté un vélo cassé à 55 euros. J'ai dépensé 20 euros pour le réparer. Je le revends 110 euros. Combien ai-je dépensé en tout ? Combien d'argent ai-je gagné en le revendant ?

**PREMIER GROUPE**

<b>ENONCE 1</b>	<b>ENONCE 2</b>	<b>ENONCE 3</b>
<p>Un commerçant vend 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c. Le client paie avec un billet de 20€. Combien le commerçant rend-il d'argent ?</p>	<p>Un commerçant vend 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c. Le client paie avec un billet de 20€. Combien le client a-t-il dépensé ? Combien le commerçant rend-il d'argent ?</p>	<p>Combien rend le commerçant s'il reçoit un billet de 20 € pour la vente de 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c ?</p>

**SECOND GROUPE**

<b>ENONCE 1</b>	<b>ENONCE 2</b>	<b>ENONCE 3</b>
<p>J'ai acheté un vélo cassé à 55 euros. J'ai dépensé 20 euros pour le réparer. Combien ai-je dépensé en tout ? Je le revends 110 euros. Combien d'argent ai-je gagné en le revendant ?</p>	<p>J'ai acheté un vélo cassé à 55 euros. Je le revends 110 euros. Combien d'argent ai-je dépensé en tout si les réparations ont coûté 20 euros ? Combien d'argent ai-je gagné en le revendant ?</p>	<p>J'ai acheté un vélo cassé à 55 euros. J'ai dépensé 20 euros pour le réparer. Je le revends 110 euros. Combien ai-je dépensé en tout ? Combien d'argent ai-je gagné en le revendant ?</p>

**Qu'est ce qu'un énoncé de problèmes  
mathématiques ?**



**Un problème mathématique au sens large c'est un ensemble d'informations qui fait l'objet d'un questionnement (ou d'une consigne) qui nécessite un traitement mobilisant des connaissances mathématiques et des compétences pour y répondre.**

# Difficultés de l'énoncé

Le lexique

L'organisation interne

La « forme » du support::  
Texte, tableau, graphique,  
forme mixte (tableau et  
texte)...

La syntaxe

Combien rend le commerçant s'il reçoit un billet de 20 € pour la vente de 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c ?

Une seule phrase complexe avec toutes les données, l'ordre des informations n'est pas chronologique: il rend, il reçoit, il vend....., appel à l'implicite (il faut calculer le prix des achats)

# **Echanges de pratique**

*Pour se rendre à l'école, en partant de chez elle, Kaéna doit d'abord marcher jusqu'à l'arrêt du bus pendant cinq minutes, prendre le bus pour un trajet de douze minutes et marcher à nouveau jusqu'à l'école pendant deux minutes. L'école commence à 8 h 30. Avant quelle heure Kaéna doit-elle partir de chez elle pour ne pas être en retard à l'école?*

**Merci d'échanger autour des éléments suivants :**

Comment procéderiez-vous pour mettre en œuvre une séance de résolution de ce problème ?

Quels seraient vos choix d'organisation de la séance ?

Quelles difficultés de compréhension pourraient rencontrer vos élèves ?

Quelles seraient les aides à apporter (avant, pendant) ?

**C'est l'histoire d'une petite fille, qui doit prendre le bus pour aller de chez elle à l'école. Elle connaît l'heure d'entrée. Elle doit prendre en compte la durée de son trajet.**

<http://www.ac-strasbourg.fr/pedagogie/lettres/eleves-en-difficulte/dossier-dyslexie/>

Avant quelle heure (doit-elle partir) ?

**8h30 ?**

***Pour se rendre à l'école, en partant de chez elle, Kaéna doit d'abord marcher jusqu'à l'arrêt du bus pendant cing minutes, prendre le bus pour un trajet de douze minutes et marcher à nouveau jusqu'à l'école pendant deux minutes. L'école commence à 8h 30. Avant quelle heure Kaéna doit-elle partir de chez elle pour ne pas être en retard à l'école ?***

Et les problèmes atypiques?



« Dans un jeu de la marchande, il y a des pièces de 2 sousous et de 5 sousous.

Si je compte le nombre de pièces je trouve 14 pièces.

Si je compte la somme totale des pièces, il y a 52 sousous.

Pouvez-vous me dire, combien il y a de pièces de 2 sousous et de 5 sousous ? »

*Défi mathématiques 2018-2019 groupe départemental mathématiques  
OISE*

**Vous devez résoudre ce problème.**

**Quelles compétences sont travaillées à travers ce type de problème ?**

-Comprendre le  
contexte  
- Identifier la  
demande

Lecture  
narrative

Lecture  
informative



-Relire  
l'énoncé  
-Qualifier les  
données

Lecture informative

Lecture prescriptive

Modéliser  
la situation



Résoudre



Revenir à la  
demande et  
écrire une  
réponse



## PROBLÈMES CM1 (1)

9

La voiture fait des tours de piste pendant 36 minutes. Elle met 3 minutes pour faire 1 tour.

**Combien de tours a-t-elle fait ?**

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 3 \\ \hline 33 \end{array}$$

- **Règle 4** : Si il n'y a que deux nombres et qu'ils sont relativement proches, alors faire une soustraction devrait donner le meilleur résultat.
- **Règle 5** : Si il n'y a que deux nombres et que l'un est beaucoup plus petit que l'autre, alors le mieux est d'essayer de faire une division, si cela ne tombe pas juste alors je laisse tomber et je multiplie les deux nombres.

## Les étapes pour résoudre un problème

- **Lire** l'énoncé du problème plusieurs fois.



- **Comprendre** le sens des mots du texte et chercher ceux que l'on ne comprend pas.



- **Surligner** les mots importants du texte.



- **Se « fabriquer »** des images l'histoire dans sa tête.



- **Réaliser** un schéma avec les éléments importants du problème.



- **Poser** la ou les calculs.

329	5
-30	65
029	
-25	
4	

- **Écrire** la phrase de réponse.



# **Analyser des productions**

Pour chaque production, identifiez les réussites et les difficultés. Quelles seraient les pistes d'aide possibles ?

	<b>Les réussites des élèves « ce que l'élève a su faire »</b>	<b>Les difficultés de l'élève Quelles seraient les origines des erreurs observées ?</b>	<b>Que pourrait-on proposer à l'élève durant la séance ou après la séance ?</b>
<b>Production n°3</b>			

CM2

3) Prénom : Al. école : Camille Claudel

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ + 1,29 \\ \hline 4,78 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4,9 \\ + 2,9 \\ \hline 7,8 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3,49 \\ + 1,29 \\ + 1,29 \\ \hline 9,96 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 9,56 \\ + 4,78 \\ \hline 14,34 \end{array}$$

Il lui manque 4,34

CM2

9) Prénom : N.I école : Camille Claudel

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ \times 2 \\ \hline 6,98 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1,29 \\ \times 3 \\ \hline 1,87 \end{array}$$

Il lui manque 6,98€ pour le gâteau

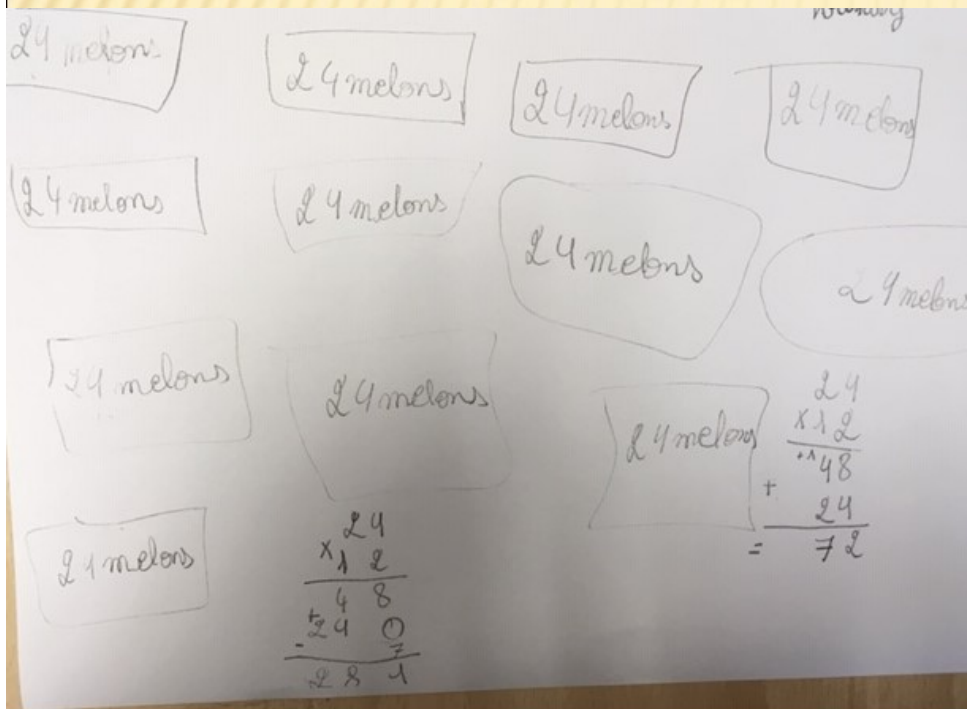
Il lui manque 1,87€ pour les bouteilles de soda.

**Comment aider les élèves à « modéliser » ?**

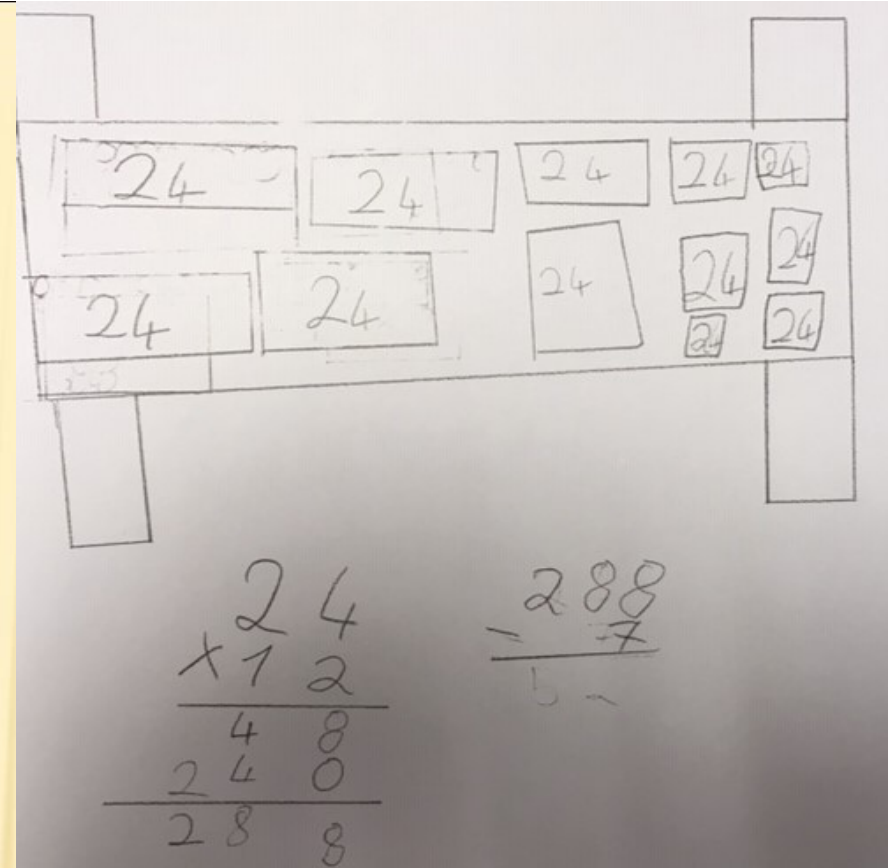
**Qu'est ce que représenter un problème?**



1



2



Ce matin en s'installant sur le marché, un marchand de fruits et légumes a préparé 12 plateaux de 24 melons. Malheureusement 7 melons sont abimés, il ne peut pas les vendre et les retire de son étal. Combien de melons peut-il servir à ses clients ?

Ce matin en s'installant sur le marché, un marchand de fruits et légumes a préparé 12 plateaux de 24 melons. Malheureusement 7 melons sont abimés, il ne peut pas les vendre et les retire de son étal. Combien de melons peut-il servir à ses clients ?

telina

→

le résultat

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 \times 12 \\
 \hline
 248
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 248 \\
 - 7 \\
 \hline
 241
 \end{array}$$

+

Le nombre de melons qu'il va vendre c'est : 241

## **Pour chaque énoncé , on cherche le nombre de tulipe dans un massif .**

Enoncé 1 : un massif de fleurs est formé de 60 tulipes rouges et de 15 tulipes noires,  $(60+15)$

Enoncé 2: un massif de fleurs est composée de 60 rangées de 15 tulipes  $(60 \times 15)$

Enoncé 3: un massif de 60 fleurs est composé de tulipes et de 15 jonquilles,  $(60-15)$

Enoncé 4: 60 tulipes sont disposées en 15 massifs tous identiques  $(60:15)$

Une piste: enseigner la schématisation

« les barres »

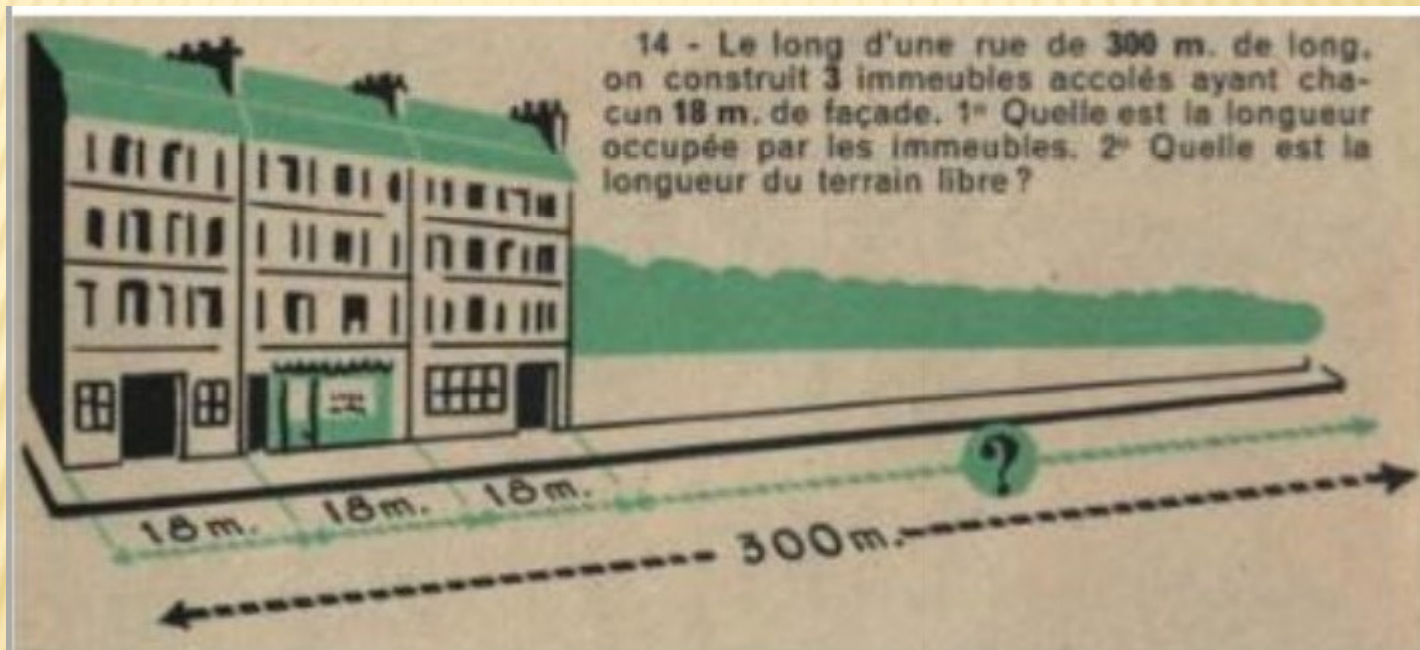
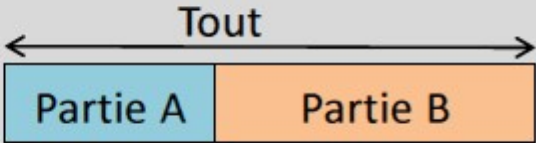
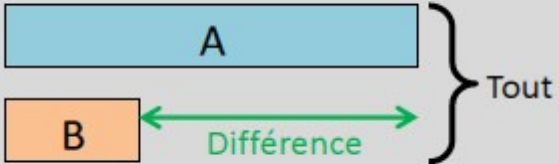
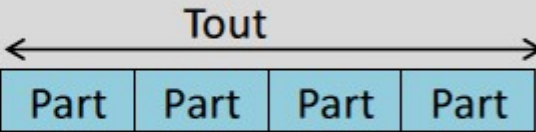
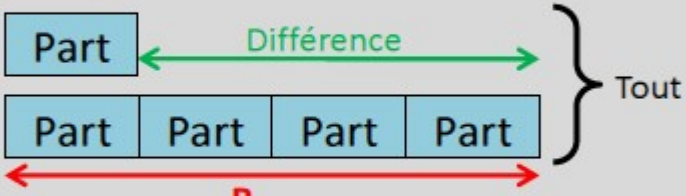
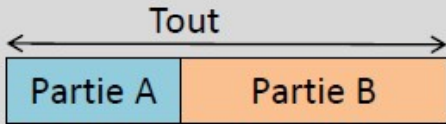
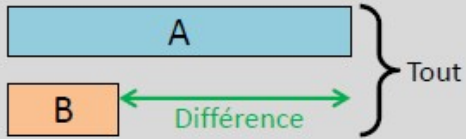
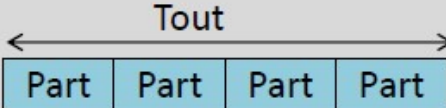
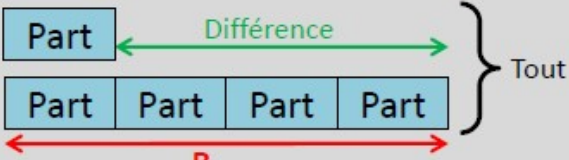


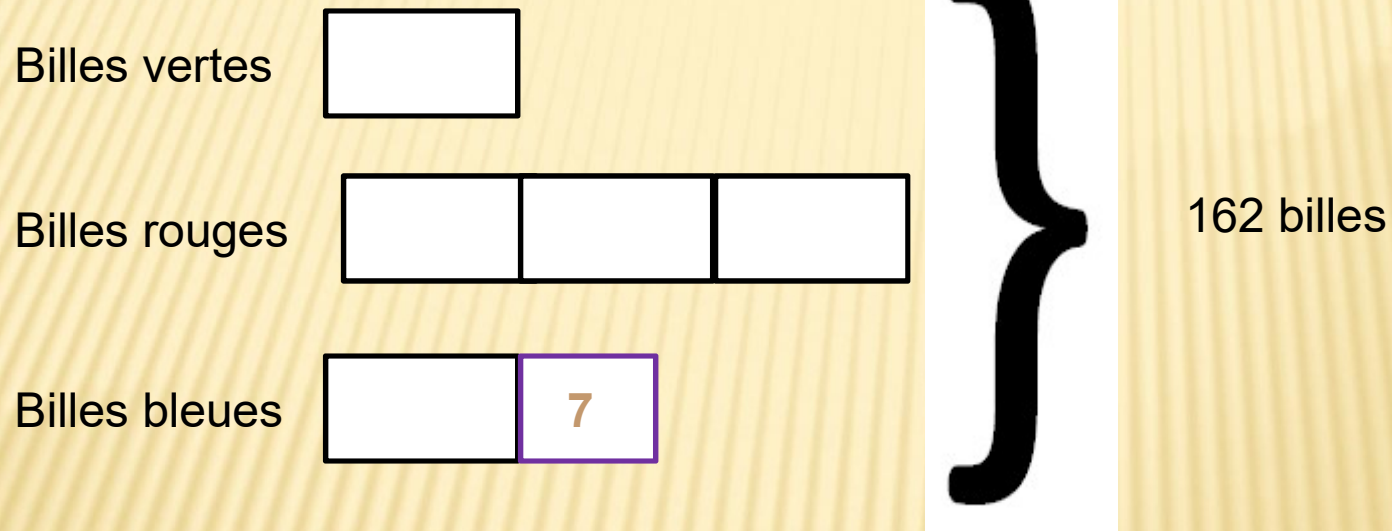
Schéma...	... représentant le tout et les parties...	...de comparaison...
<p>...pour l'addition et la soustraction</p>	<p style="text-align: center;"><b>Partie-Partie-Tout</b></p>  <p>Tout = Partie A + Partie B Partie B = Tout – Partie A</p>	<p style="text-align: center;"><b>Partie-Partie-Tout et Comparaison</b></p>  <p>Différence = A – B A = Différence + B Tout = A + B</p>
<p>...pour la multiplication et la division</p>	<p style="text-align: center;"><b>Parts égales d'un tout</b></p>  <p>Tout = Nombre de parts × Part Part = Tout ÷ Nombre de parts Nombre de parts = Tout ÷ Part</p>	<p style="text-align: center;"><b>Parts égales d'un tout et comparaison</b></p>  <p>B = Nombre de parts dans B × Part Différence = B – Part Tout = (1 + Nombre de parts dans B) × Part</p>

# Et si on testait ?

Dans un paquet de billes rouges, vertes ou bleues, il y a 162 billes.  
 Il y a trois fois plus de billes rouges que de billes vertes et 7 billes vertes de moins que de billes bleues.  
 Combien y a-t-il de billes rouges ?

Schéma...	... représentant le tout et les parties...	...de comparaison...
...pour l'addition et la soustraction	<p><b>Partie-Partie-Tout</b></p>  <p>Tout = Partie A + Partie B                      Partie B = Tout – Partie A</p>	<p><b>Partie-Partie-Tout et Comparaison</b></p>  <p>Différence = A – B                      A = Différence + B                      Tout = A + B</p>
...pour la multiplication et la division	<p><b>Parts égales d'un tout</b></p>  <p>Tout = Nombre de parts × Part                      Part = Tout ÷ Nombre de parts                      Nombre de parts = Tout ÷ Part</p>	<p><b>Parts égales d'un tout et comparaison</b></p>  <p>B = Nombre de parts dans B × Part                      Différence = B – Part                      Tout = (1 + Nombre de parts dans B) × Part</p>

Dans un paquet de billes rouges, vertes ou bleues, il y a 162 billes.  
Il y a trois fois plus de billes rouges que de billes vertes et 7 billes vertes de moins que de billes bleues.  
Combien y a-t-il de billes rouges ?



**Retour sur les énoncés précédents**



# Activité 1

**Ce que Le commerçant rend.**

2€	2€	2€	2€ 50 c	2€ 50 c	2€ 50 c	2€ 50 c	?
20€							

Un commerçant vend 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c. Le client paie avec un billet de 20€. Combien le commerçant rend-il d'argent ?	Un commerçant vend 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c. Le client paie avec un billet de 20€. Combien le client a-t-il dépensé ? Combien le commerçant rend-il d'argent ?	Combien rend le commerçant s'il reçoit un billet de 20 € pour la vente de 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c ?
--	---	---

110 euros

55 euros	20 euros
----------	----------

?

L'argent que j'ai gagné.

J'ai acheté un vélo cassé à 55 euros. J'ai dépensé 20 euros pour le réparer. Combien ai-je dépensé en tout ? Je le revends 110 euros. Combien d'argent ai-je gagné en le revendant ?	J'ai acheté un vélo cassé à 55 euros. Je le revends 110 euros. Combien d'argent ai-je dépensé en tout si les réparations ont coûté 20 euros ? Combien d'argent ai-je gagné en le revendant ?	J'ai acheté un vélo cassé à 55 euros. J'ai dépensé 20 euros pour le réparer. Je le revends 110 euros. Combien ai-je dépensé en tout ? Combien d'argent ai-je gagné en le revendant ?
---	--	--

## Activité 2

Pour se rendre à l'école, en partant de chez elle, Kaéna doit d'abord marcher jusqu'à l'arrêt du bus pendant cinq minutes, prendre le bus pour un trajet de douze minutes et marcher à nouveau jusqu'à l'école pendant deux minutes. L'école commence à 8h 30. Avant quelle heure Kaéna doit-elle partir de chez elle pour ne pas être en retard à l'école ?



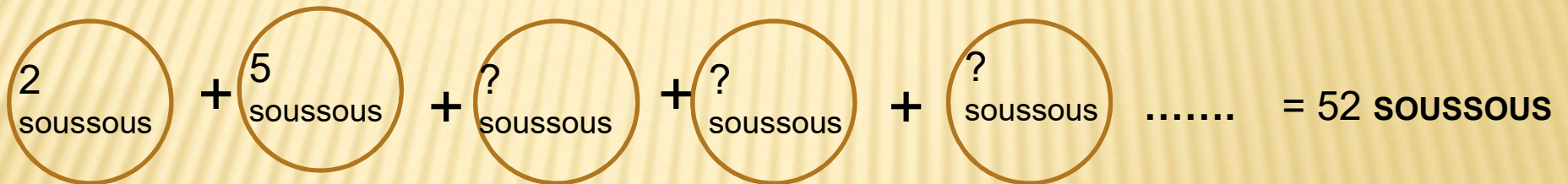
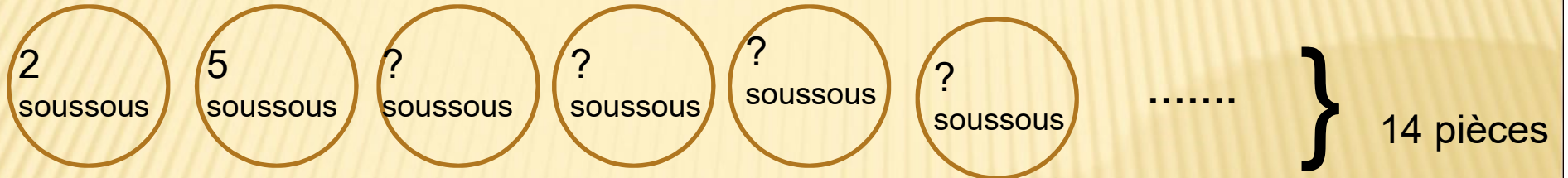
## Activité 4

Dans un jeu de la marchande, il y a des pièces de 2 sousous et de 5 sousous.

Si je compte le nombre de pièces je trouve 14 pièces.

Si je compte la somme totale des pièces, il y a 52 sousous.

Pouvez-vous me dire, combien il y a de pièces de 2 sousous et de 5 sousous ?



14 pièces



2  
soussous

?

5  
soussous

?



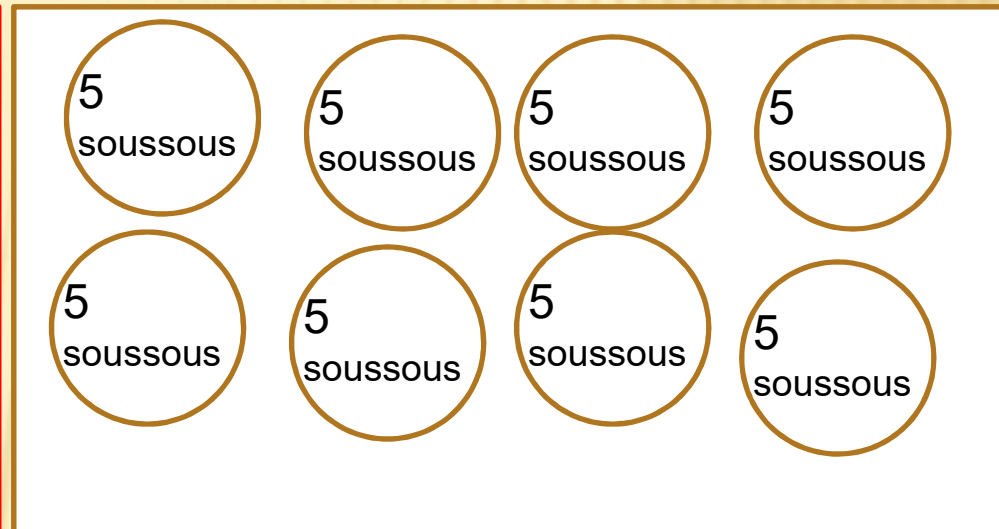
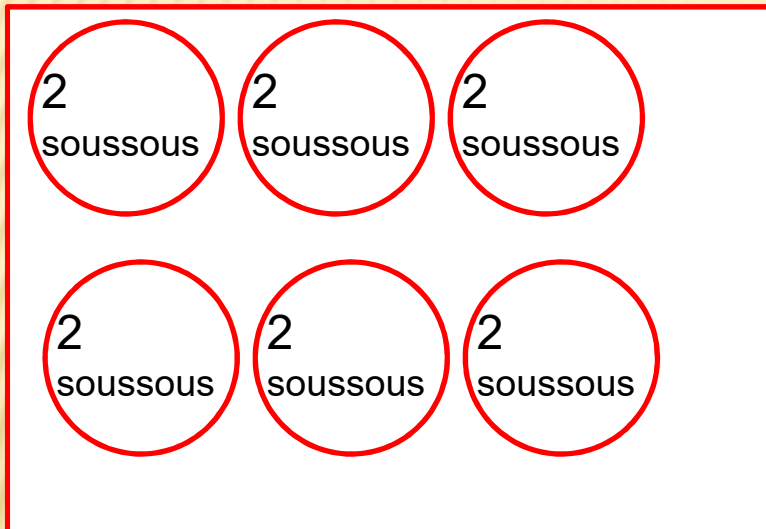
+



= 52 soussous

Dans un jeu de la marchande, il y a des pièces de 2 soussous et de 5 soussous.  
Si je compte le nombre de pièces je trouve **14 pièces**.  
Si je compte la somme totale des pièces, il y a **52 soussous**.  
Pouvez-vous me dire, combien il y a de pièces de 2 soussous et de 5 soussous ?

# 14 pièces



$$(6 \times 2) + (8 \times 5) = 52 \text{ soussous}$$

Dans un jeu de la marchande, il y a des pièces de 2 soussous et de 5 soussous.

Si je compte le nombre de pièces je trouve **14 pièces**.

Si je compte la somme totale des pièces, il y a **52 soussous**.

Pouvez-vous me dire, combien il y a de pièces de 2 soussous et de 5 soussous ?

### Activité 3

Lise a 10 euros. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49 euros. Une bouteille de soda coûte 1,29 euros.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

3,49 euros	3,49 euros	1,29 euros	1,29 euros	1,29 euros
------------	------------	------------	------------	------------

10 euros
----------

?

La somme d'argent  
manquante







**BO** LE BULLETIN  
OFFICIEL  
DE L'ÉDUCATION  
NATIONALE

spécial n°3 du 26 avril 2018

**La résolution de problèmes à l'école élémentaire**

# **Les préconisations**

## Un enseignement structuré et explicite de la résolution de problèmes

Une programmation sur les deux cycles avec des rebrassages et une progressivité dans la difficulté des structures mathématiques, des nombres en jeu et des supports (textes, tableaux, représentations graphiques)

Problèmes additifs à une étape

composition  
transformation  
comparaison  
supports : textes, tableaux, graphiques...

Problèmes de multiplication à une étape

multiplication (addition itérée)  
configuration rectangulaire  
supports : textes, tableaux, graphiques...

Problèmes de division une étape

Division quotient  
Division partition  
supports : textes, tableaux, graphiques...

Problèmes à plusieurs étapes :

- nombres d'étapes
- complexité sémantique croissante (implicites/explicites, place des données)
- complexité dans la structure mathématique (sens de l'opération)
- utilisations de plusieurs savoirs mathématiques (fractions, conversion de mesure, nombres décimaux...)
- supports : textes, tableaux, graphiques...

## NOMBRES ET CALCULS (suite)

### La résolution de problèmes

Dès le début du cycle, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations.

La progressivité sur la résolution de problèmes combine notamment :

- les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux dès le CM1 sur des nombres très simples ;
- le nombre d'étapes que l'élève doit mettre en œuvre pour leur résolution ;
- les supports proposés pour la prise d'informations : texte, tableau, représentations graphiques.

La communication de la démarche prend différentes formes : langage naturel, schémas, opérations.

#### Problèmes relevant de la proportionnalité

Le recours aux propriétés de linéarité (multiplicative et additive) est privilégié. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples verbalisés (« Si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « Je dispose de briques de masses identiques. Si je connais la masse de 7 briques et celle de 3 briques alors je peux connaître la masse de 10 briques en faisant la somme des deux masses »). Dès la période 1, des situations de proportionnalité peuvent être proposées (recettes...). L'institutionnalisation des propriétés se fait progressivement à partir de la période 2.

Dès la période 1, le passage par l'unité vient enrichir la palette des procédures utilisées lorsque cela s'avère pertinent.

À partir de la période 3, le symbole % est introduit dans des cas simples, en lien avec les fractions d'une quantité (50 % pour la moitié ; 25 % pour le quart ; 75 % pour les trois quarts ; 10 % pour le dixième).

Tout au long de l'année, les procédures déjà étudiées en CM sont remobilisées et enrichies par l'utilisation explicite du coefficient de proportionnalité lorsque cela s'avère pertinent.

Dès la période 2, en relation avec le travail effectué en CM, les élèves appliquent un pourcentage simple (en relation avec les fractions simples de quantité : 10 %, 25 %, 50 %, 75 %).

Dès la période 3, ils apprennent à appliquer un pourcentage dans des registres variés.



#### Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul

##### Ce que sait faire l'élève

- Dès le début du cycle, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations. Ils font appel :
  - au sens des opérations ;
  - à des problèmes à une ou plusieurs étapes relevant des structures additives et/ou multiplicatives.
- La progressivité sur la résolution de problèmes combine notamment :
  - les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux dès le CM1 sur des nombres très simples ;
  - le nombre d'étapes de raisonnement et de calcul que l'élève doit mettre en œuvre pour sa résolution ;
  - les supports proposés pour la prise d'informations : texte, tableau, représentations graphiques.
- La communication de la démarche prend différentes formes : langage naturel, schémas, opérations.

#### Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul

##### Ce que sait faire l'élève

- L'élève résout des problèmes nécessitant l'emploi de l'addition ou de la soustraction (avec les entiers jusqu'au milliard et/ou des décimaux ayant jusqu'à trois décimales).
- Il résout des problèmes faisant intervenir la multiplication ou la division.
- Il résout des problèmes nécessitant une ou plusieurs étapes.

CM1

CM2

Des temps de structuration qui vont au delà de la « correction »

Des écrits de référence

Des représentations sous formes de schématisations adaptées

Des analogies dans la structure mathématique pas dans la situation

**Merci pour votre  
attention....**